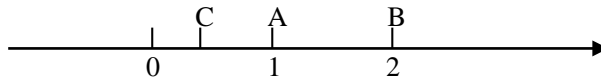


考前压轴题解析

1. 【解析】由绝对值的几何意义知 $|x-1|$ 表示 x 到 1 的距离， $|x-2|$ 表示 x 到 2 的距离。



如上图，设点 A，点 B 表示 1，2，点 C 表示 x ，点 C 可移动。

当点 C 在 A 的左侧时， $|x-1|=CA$ ， $|x-2|=CB>1$ ；

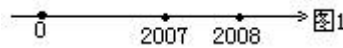
当点 C 在 A 的右侧时， $|x-1|=CA>1$ ， $|x-2|=CB$ ；

当点 C 在 A、B 之间时， $|x-1|=CA$ ， $|x-2|=CB$ ；有 $CA+CB=AB=1$ 。

显然，要使 $|x-1|+|x-2|$ 最小，点 C 应在点 A 与点 B 两点之间，即 $1\leq x\leq 2$ 。

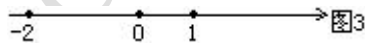
这时， $|x-1|+|x-2|=(x-1)+[-(x-2)]=x-1+2-x=1$ 。因此 I 和 IV 正确，选 C。

2. 由绝对值的几何意义知， $|a-2007|+|a-2008|$ 表示数轴上的一点到表示数 2007 和 2008 两点的距离的和，要使和最小，则这点必在 2007~2008 之间（包括这两个端点）取值（如图所示），故 $|a-2007|+|a-2008|$ 的最小值为 1，故选 B。

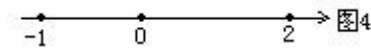


3. 把数轴上表示 x 的点记为 P，由绝对值的几何意义知，当 $-2\leq x\leq 1$ 时， $|x-1|+|x+2|$ 恒有最小值 3，所以要使 $|x-1|+|x+2|=4$ 成立，则点 P 必在 -2 的左边或 1 的右边，且到 -2 或 1 的点的距离均为 $\frac{1}{2}$ 个单位（如图所示），故方程 $|x-1|+|x+2|=4$ 的解为：

$$x_1 = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2} \text{ 和 } x_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \text{ 选 C.}$$



4. 由绝对值的几何意义知， $|x+1|+|x-2|$ 的最小值为 3，此时 x 在 -1~2 之间（包括两 endpoint）取值（如图所示），故 x 的取值范围是 $-1\leq x\leq 2$ 。故选 E。



5. 由绝对值的几何意义知， $|x+2|+|x-4|$ 的最小值为 6，而对于任意数 x ， $|x+2|+|x-4|>a$ 恒成立，所以 a 的最值范围是 $a<6$ 。选 A。

6. 根据绝对值的几何意义知， $|x-1|$ ， $|x-2|$ ， $|x-3|$ 分别表示 x 到 1， x 到 2， x 到 3 的距离。 $|x-1|+|x-2|+|x-3|$ 是在 x 处于 1 和 3 之间（包括 1 和 3）时有最小值，即当 $1\leq x\leq 3$ 时。又因为 2 处于 1 和 3 之间，所以 $|x-1|+|x-2|+|x-3|$ 的最小值是在 $|x-1|+|x-3|$ 取最小值的基础上 $|x-2|$ 取最小值，即 $|x-2|=0$ ，则 $x=2$ 。

这时， $|x-1|+|x-2|+|x-3|=|2-1|+|2-2|+|2-3|=2$ ，选 C。

7.当 x 在 $-99 \sim -1$ 之间（包括这两个端点）取值时，由绝对值的几何意义知， $|x+1|+|x+99|=98$ ， $|x+2|<98$ 。此时， $|x+1|+|x+99|+|x+2|<1996$ ，故 $|x+1|+|x+99|+|x+2|=1996$ 时， x 必在 $-99 \sim -1$ 之外取值，故方程有 2 个解，选 C。

8.根据绝对值的几何意义知， $|x-1|$ ， $|x-2|$ ， $|x-3|$ ， $|x-4|$ 分别表示 x 到 1， x 到 2， x 到 3， x 到 4 的距离。

$|x-1|+|x-4|$ 是在 $1 \leq x \leq 4$ 之间有最小值， $|x-2|+|x-3|$ 是在 $2 \leq x \leq 3$ 之间有最小值。

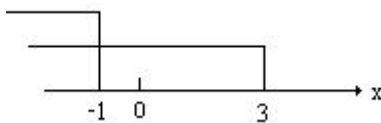
所以 $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|$ 是在 $2 \leq x \leq 3$ 之间有最小值。

这时， $|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|=x-1+x-2+[-(x-3)]+[-(x-4)]=4$ 。选 E。

9.把数轴上表示 x 的点记为 P。由绝对值的几何意义知， $|x-2|-|x-5|$ 表示数轴上的一点到表示数 2 和 5 两点的距离的差，当 P 点在 2 的左边时，其差恒为 -3 ；当 P 点在 5 的右边时，其差恒为 3；当 P 点在 $2 \sim 5$ 之间（包括这两个端点）时，其差在 $-3 \sim 3$ 之间（包括这两个端点）（如图所示），因此， $|x-2|-|x-5|$ 的最大值和最小值分别为 3 和 -3 。选 E。



10.原式可化为 $|x-3|-|x-(-1)|=4$ ，它表示在数轴上点 x 到点 3 的距离与到点 -1 的距离的差为 4，由图可知，小于等于 -1 的范围内的 x 的所有值都满足这一要求。



所以原式的解为 $x \leq -1$ ，选 E。

11.解：E；原方程变形得 $|x+2|+|x-1|+|y-5|+|y+1|=9$ ，

$$\because |x+2|+|x-1| \geq 3, |y-5|+|y+1| \geq 6, \text{ 而 } |x+2|+|x-1|+|y-5|+|y+1|=9,$$

$$\therefore |x+2|+|x-1|=3, |y-5|+|y+1|=6, \therefore -2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 5,$$

故 $x+y$ 的最大值与最小值分别为 6 和 -3 。选 E。

12.丙 2 天的工作量，相当乙 4 天的工作量.丙的工作效率是乙的工作效率的 $4 \div 2=2$ （倍），甲、乙合作 1 天，与乙做 4 天一样.也就是甲做 1 天，相当于乙做 3 天，甲的工作效率是乙的工作效率的 3 倍. 他们共同做 13 天的工作量，由甲单独完成，甲需要 26 天. 选 C。

13.解：C;方法一：由题可以得到甲乙的工作效率分别为 $\frac{1}{9}$ 和 $\frac{1}{6}$ ，则乙需要的天数为

$$\left(1 - 3 \times \frac{1}{9}\right) \div \frac{1}{6} = 4 \text{ 天, 故乙需要做 4 天可完成全部工作.}$$

方法二：9 与 6 的最小公倍数是 18.设全部工作量是 18 份.甲每天完成 2 份，乙每天完成 3 份.乙完成余下工作所需时间是 $(18 - 2 \times 3) \div 3 = 4$ （天）。

方法三：甲与乙的工作效率之比是 $6 : 9 = 2 : 3$. 甲做了 3 天，相当于乙做了 2 天.乙完成余

下工作所需时间是 $6-2=4$ (天)。

14.解: D; 共做了 6 天后, 原来, 甲做 24 天, 乙做 24 天; 现在, 甲做 0 天, 乙做 $40=(24+16)$ 天. 这说明原来甲 24 天做的工作, 可由乙做 16 天来代替. 因此甲乙的工作效率之比为 2:3; 如果乙独做, 所需时间是 50 天, 如果甲独做, 所需时间是 75 天, 故相差 25 天.

15.解: A; 先对比如下: 甲做 63 天, 乙做 28 天; 甲做 48 天, 乙做 48 天. 就知道甲少做 $63-48=15$ (天), 乙要多做 $48-28=20$ (天), 由此得出甲 3 天相当于乙 4 天. 所以甲先单独做 42 天, 比 63 天少做了 $63-42=21$ (天), 相当于乙要做, 因此乙还要做 $28+28=56$ (天)。

16.解: C; 方法一: 设全部工作量为 30 份. 甲每天完成 3 份, 乙每天完成 1 份. 在甲队单独做 8 天, 乙队单独做 2 天之后, 还需两队合作 $(30-3 \times 8-1 \times 2) \div (3+1) = 1$ 天. 所以总共需要的天数是 $2+8+1=11$ 天.

方法二: 甲队做 1 天相当于乙队做 3 天. 在甲队单独做 8 天后, 还余下 (甲队) $10-8=2$ (天) 工作量. 相当于乙队要做 $2 \times 3=6$ (天). 乙队单独做 2 天后, 还余下 (乙队) $6-2=4$ (天) 工作量. 剩余的两队只需再合作 1 天即可, 所以总共需要的天数是 $2+8+1=11$ 天.

17.解: A; 方法一: 如果 16 天两队都不休息, 可以完成的工作量是 $16(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}) = \frac{4}{3}$,

由于两队休息期间未做的工作量是 $\frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$, 由于甲休息了 3 天, 故乙队休息期间未做的工作量是 $\frac{1}{3} - \frac{3}{20} = \frac{11}{60}$, 从而得到乙队休息的天数是 $\frac{11}{60} \div \frac{1}{30} = 5.5$ 天.

方法二: 设全部工作量为 60 份. 甲每天完成 3 份, 乙每天完成 2 份. 两队休息期间未做的工作量是 $(3+2) \times 16 - 60 = 20$ (份). 因此乙休息天数是 $(20 - 3 \times 3) \div 2 = 5.5$ 天.

方法三: 甲队做 2 天, 相当于乙队做 3 天. 甲队休息 3 天, 相当于乙队休息 4.5 天. 如果甲队 16 天都不休息, 只余下甲队 4 天工作量, 相当于乙队 6 天工作量, 乙休息天数是 $16-6-4.5=5.5$ 天.

18.解: A; 很明显, 李做甲工作的工作效率高, 张做乙工作的工作效率高. 因此让李先做甲, 张先做乙. 设乙的工作量为 60 份 (15 与 20 的最小公倍数), 张每天完成 4 份, 李每天完成 3 份. 8 天, 李就能完成甲工作. 此时张还余下乙工作 $(60-4 \times 8)$ 份. 由张、李合作需要 $(60-4 \times 8) \div (4+3) = 4$ 天. 从而总共需要 $8+4=12$ 天.

19.解: D; 方法一: 设甲用了 x 天, 乙用了 $3x$ 天, 丙用了 $6x$ 天. 由题可得:

$$\frac{1}{12}x + \frac{1}{18}3x + \frac{1}{24}6x = 1 \Rightarrow x = 2, \text{ 所以总共用了 } 2+6+12=20 \text{ 天.}$$

方法二: 可设总工作量为 72 份 (12, 18, 24 的最小公倍数), 甲每天做 6 份, 乙每天做 4 份, 丙每天做 3 份. 如果甲做 1 天, 乙就做 3 天, 丙就做 $3 \times 2=6$ 天. 此时完成了 $6+12+18=36$ 份, 相当于一半工作量; 从而说明甲做了 2 天, 乙做了 $2 \times 3=6$ 天, 丙做 $2 \times 6=12$ 天, 三人一共做了 $2+6+12=20$ 天.

【评注】本题整数化会带来计算上的方便. 12, 18, 24 这三数有一个易求出的最小公倍数 72. 可设全部工作量为 72.

20. $\because x^3 + 5x^2 + 7x + a$ 有一因式 $x+1$,

$$\therefore \text{当 } x+1=0, \text{ 即 } x=-1 \text{ 时, } x^3 + 5x^2 + 7x + a = 0, \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}
 x^3 + 5x^2 + 7x + 3 &= x^3 + x^2 + 4x^2 + 4x + 3x + 3 \\
 &= x^2(x+1) + 4x(x+1) + 3(x+1) = (x+1)(x^2 + 4x + 3) \\
 &= (x+1)(x+1)(x+3) = (x+1)^2(x+3)
 \end{aligned}$$

故选 E.

21. 应当把 x^4 分成 $x^2 \cdot x^2$, 而对于常数项 -2, 可能分解成 $(-1) \times 2$, 或者分解成 $(-2) \times 1$, 由此分为两种情况进行讨论.

(1) 设原式分解为 $(x^2 + ax - 1)(x^2 + bx + 2)$, 其中 a、b 为整数, 去括号, 得:

$$x^4 + (a+b)x^3 + x^2 + (2a-b)x - 2.$$

将它与原式的各项系数进行对比, 得: $a+b = -1$, $m = 1$, $2a-b = -2m$.

解得: $a = -1$, $b = 0$, $m = 1$, 此时, 原式 = $(x^2 + 2)(x^2 - x - 1)$.

(2) 设原式分解为 $(x^2 + cx - 2)(x^2 + dx + 1)$, 其中 c、d 为整数, 去括号, 得:

$$x^4 + (c+d)x^3 - x^2 + (c-2d)x - 2.$$

将它与原式的各项系数进行对比, 得:

$$c+d = -1, m = -1, c-2d = -2m, \text{解得: } c = 0, d = -1, m = -1.$$

此时, 原式 = $(x^2 - 2)(x^2 - x + 1)$.

22. 根据双十字相乘法得到 $(x-y-2)(x-y+1) = 0$,

$$\therefore x-y-2 = 0 \text{ 或 } x-y+1 = 0, \text{ 又 } \because x+y = 8$$

$$\therefore \begin{cases} x-y-2 = 0 \\ x+y = 8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x-y+1 = 0 \\ x+y = 8 \end{cases}; \text{ 解得: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 3.5 \\ y = 4.5 \end{cases},$$

\therefore 长方形的面积为 15 或 $\frac{63}{4}$. 故选 B.

23. 解: D; 使用待定系数法, 设 $2x^3 - x^2 - 13x + k = (2x+1)(x^2 + ax + k)$

$$\text{则 } 2x^3 - x^2 - 13x + k = 2x^3 + (2a+1)x^2 + (a+2k)x + k$$

$$\therefore \begin{cases} 2a+1 = -1 \\ a+2k = -13 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ k = -6 \end{cases}$$

则 $2x^3 - x^2 - 13x - 6 = (2x+1)(x^2 - x - 6) = (2x+1)(x-3)(x+2)$, 故选 D.

24. 解: A; 这道题要求 99 个括号里的数值的乘积, 当然不能用常规方法去实乘. 观察其特点:

每个分母是相邻奇数或偶数的积，记为 $n(n+2)$ ；每个括号的分子相加又都是 $n(n+2)+1=(n+1)^2$ ，于是，设所求式子之积为 S ，则有

$$S = \frac{2^2}{1 \times 3} \cdot \frac{3^2}{2 \times 4} \cdot \frac{4^2}{3 \times 5} \cdot \frac{5^2}{4 \times 6} \cdots \frac{99^2}{98 \times 100} \cdot \frac{100^2}{99 \times 101}$$

$$= \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \cdots 99^2 \cdot 100^2}{1 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \cdots 99^2 \times 100 \times 101} = \frac{200}{101}, \therefore 1 < S < 2, \text{ 应选 A.}$$

25.解：E；原式 $= (abc^2 + a^2cd) + (abd^2 + b^2cd) = ac(bc + ad) + bd(ad + bc)$
 $= (ad + bc)(ac + bd) = (ad + bc) \times 0 = 0$

【评注】利用因式分解，先化简代数式，上述的求值题变得十容易了。当然，本题也可以采用特值法求解。

26.解：E；所求的代数式中含有 $c-b$ ，可以通过已知的 $a-b=3$ 与 $a-c=\sqrt[3]{26}$

来推得 $c-b=3-\sqrt[3]{26}$ 。

所以原式 $= (3 - \sqrt[3]{26}) [3^2 + \sqrt[3]{26} \times 3 + (\sqrt[3]{26})^2] = 3^2 - (\sqrt[3]{26})^3 = 27 - 26 = 1$ 。

27.解：C；将原方程左边分解因式，可得 $(x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5) = 0$ 。

$(x+1)(x+3)(x-1)(x+5) = 0$ ，由此得 $x+1=0$ 或 $x+3=0$ ，或 $x-1=0$ ，或 $x+5=0$

\therefore 原方程的解是 $-1, -3, 1, -5$ 。

28.解：C；原方程或化为 $(2x-3y)(2x+y) = 5$

因为 x, y 是整数，故 $2x-3y$ 和 $2x+y$ 必是整数。又 $\because 5 = 5 \times 1 = (-5) \times (-1)$ ，因此原方程可化为四个方程组：

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x-3y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x-3y=-1 \\ 2x+y=-5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x-3y=-5 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$$

解这四个方程组，便可得原方程的四组解为：

$$\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -2, \\ y_3 = -1; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -1, \\ y_4 = 1. \end{cases} \text{ 所以选 C.}$$

29.解：E；去分母得 $(\lg x + \lg y)^2 + [\lg(x-y)]^2 = 0$

$$\therefore \begin{cases} \lg x + \lg y = 0 \\ \lg(x-y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ x-y = 1 \end{cases}$$

$\therefore x, -y$ 是二次方程 $t^2 - t - 1 = 0$ 的两实根，且 $x > 0, y > 0, x \neq 1, y \neq 1, x > y$ ，解

得 $t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ， $\because x > 0, \therefore x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}, y = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \therefore \log_5(x+y) = \log_5 \sqrt{5} = 0.5$ 。

30.解：E； $\because \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 3 \Rightarrow (\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})^2 = 9 \Rightarrow a + \frac{1}{a} = 7$ ，

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 49 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 47,$$

$$\therefore a\sqrt{a} + \frac{1}{a\sqrt{a}} = a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = (a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})[(a^{\frac{1}{2}})^2 - a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} + (a^{-\frac{1}{2}})^2]$$

$$= (\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}})(a - 1 + \frac{1}{a}) = 3 \times 6 = 18,$$

$$\text{而 } \sqrt[4]{a} + \frac{1}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt{\left(\sqrt[4]{a} + \frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)^2} = \sqrt{\sqrt{a} + 2 + \frac{1}{\sqrt{a}}} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{(18+2) \times (47+3)}{\sqrt{5}} = \frac{20 \times 50}{\sqrt{5}} = 200\sqrt{5}.$$

31.解: B; $f(x) = \frac{1}{4^x} - \frac{1}{2^x} + 1 = 4^{-x} - 2^{-x} + 1 = 2^{-2x} - 2^{-x} + 1 = \left(2^{-x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4},$

$$\because x \in [-3, 2], \therefore \frac{1}{4} \leq 2^{-x} \leq 8.$$

则当 $2^{-x} = \frac{1}{2}$, 即 $x = 1$ 时, $f(x)$ 有最小值 $\frac{3}{4}$; 当 $2^{-x} = 8$, 即 $x = -3$ 时, $f(x)$ 有最大值 57,

故最大值与最小值之差为 $56\frac{1}{4}$.

32.解: C; 根据直角三角形的射影定理, $AD^2 = CD \cdot DB = (CM + DM)(BM - DM)$

$$= (BM + DM)(BM - DM) = BM^2 - DM^2 = 13, \text{ 从而 } CD = \sqrt{13}.$$

33.解: B; 如果两个三角形等高, 则面积比等于底边比. $(x + 35) : y = 30 : 40 = 3 : 4$, 而

$$70 : y = 35 : x, \text{ 解出 } x = 70.$$

34.解: D; 由
$$\begin{cases} S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4 - \frac{\pi}{2} & (1) \\ S_2 + S_4 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} & (2) \\ S_3 + S_4 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} & (3) \end{cases} \Rightarrow (3) + (2) - (1) \Rightarrow S_4 - S_1 = \frac{3}{2}\pi - 4.$$

35.解: B; 由方程组
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ (a - b)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a^3 + b^4 = 43.$$

36.解: B; 因为三个圆两两相切, 圆心构成的三角形即为, 两两半径加和, 故此三边分别为

$2+4=6$, $2+6=8$, $4+6=10$ 即为6, 8, 10, 故此, 此三角形为直角三角形.

37.解: A; 将其放到一个直角三角形中计算. 此直角三角形的斜边是竹竿的长, 设为 x 米. 一

条直角边是1.5, 另一条直角边是 $(x-0.5)$ 米. 根据勾股定理, 得: $x^2 = 1.5^2 + (x-0.5)^2$,

$x = 2.5$. 那么河水的深度即可解答. 所以水深 $2.5 - 0.5 = 2$ 米.

38.解: C; 有 $\triangle DEF$ 和 $\triangle DEC$ 等高, 面积的比等于底边的比得到 $EF: EC=4: 6=2: 3$, 再由

$\triangle DEF \sim \triangle BEC$, 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方得到 $S_{\triangle DEF}: S_{\triangle BEC} = 4: 9$, 得

到 $S_{\triangle CEB} = 9$, $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD} = 6+9=15$, 从而 $S_{ABEF} = 15 - S_{\triangle DEF} = 11$.

39.解: B; 采用整体的思路来求解.

$$S = 3S_{\text{扇形}ABC} - 3S_{\triangle ABC} = 3 \times \frac{\pi}{6} \times a^2 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4} \right) a^2,$$

显然条件 (1) 不充分, 条件 (2) 充分.

40.解: D; 设边长 $CD = a$, $CB = b$, $BE = DF = x$, 则题干要求推出 $\frac{ab}{(a-x)b} = \frac{3}{2}$, 即 $a = 3x$

由条件 (1), $\frac{a}{a-x} = \frac{1}{2}$, 可知 $a = 3x$ 即条件 (1) 是充分的.

由条件 (2), $AB = CD = a = 6$, $CB = b = 3$, $CE = \sqrt{13}$, 由勾股定理,

$BE = x = \sqrt{CE^2 - CB^2} = \sqrt{13 - 9} = 2$, 从而 $a = 3x$ 成立, 因而条件 (2) 也是充分的.

41.解: D; 由条件 (1), 设菱形的边长为 1, 菱形的面积相当于两个等边三角形的面积,

从而菱形的面积 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 等腰直角三角形面积 $= \frac{1}{2}$, 即二者面积之比为 $\frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3} : 1$,

条件 (1) 充分. 由条件 (2) 可知, 菱形的另一个角为 60° , 因此条件 (2) 也充分.

42.解: A; 如图所示, $\angle APB + \angle BAP = 120^\circ$, 所以 $\angle BAP = \angle CPD$, $\angle B = \angle C = 60^\circ$ 则.

$\triangle ABP \sim \triangle PCD$, $\frac{AB}{CP} = \frac{BP}{CD}$ 设 $AB = x$, 利用三角形的相似. 则由条件 (1),

$CP = x - 1$, $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{\frac{2}{3}}$, 得 $x = 3$ 即条件 (1) 是充分的. 由条件 (2),

$CP = x - 2$, $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{\frac{4}{3}}$, 解得 $x = 6$, 即条件 (2) 不充分.

43.解: C; 由 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, 即 $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$.

$\because a+b+c \neq 0$, $\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$.

$$\therefore (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ac + a^2) = 0$$

$\therefore (a-b)^2 = (b-c)^2 = (c-a)^2 = 0$, $\therefore a=b=c$, \therefore 这个三角形是等边三角形, 其外接圆的半径为内切圆半径的 2 倍, 故面积为 4 倍, 选 C.

【评注】要证明以 a 、 b 、 c 为边的三角形是等边三角形, 只要能证明 $a=b=c$ 即可, 题中给出了关于 a 、 b 、 c 的关系式, 利用因式分解将它变形, 在利用非负数的性质即可.

44. 解: B; 对于方程 $x^2 - 2ax + b^2 - (b-a)c = 0$ 有相等实根, 有 $\Delta = 4a^2 - 4b^2 + 4(b-a)c = 0$, 即 $(a-b)(a+b-c) = 0$, 得到 $c = a+b$ 所以两圆外切.

45. 解: C; 如图, 连接 AI . $S_{\Delta BCI} : S_{\Delta ACI} = BD : AD = 2 : 1$, $S_{\Delta BCI} : S_{\Delta ABI} = CF : AF = 1 : 2$, 所以,

$$S_{\Delta ACI} : S_{\Delta BCI} : S_{\Delta ABI} = 1 : 2 : 4, \text{ 那么, } S_{\Delta BCI} = \frac{2}{1+2+4} S_{\Delta ABC} = \frac{2}{7} S_{\Delta ABC}.$$

同理可知 ΔACG 和 ΔABH 的面积也都等于 ΔABC 面积的 $\frac{2}{7}$, 所以阴影三角形的面积等于 ΔABC 面积的 $1 - \frac{2}{7} \times 3 = \frac{1}{7}$, 所以 ΔABC 的面积是阴影三角形面积的 7 倍.

【评注】同底等高的三角形面积相同, 运用面积的转化求解.

46. 解: D; 要直线 $(m-1)x + 2my + 1 = 0$ 与直线 $(m+3)x - (m-1)y + 1 = 0$ 互相垂直, 则需要 $(m-1)(m+3) + 2m[-(m-1)] = 0$, 解得 $m = 3$ 或 $m = 1$, 显然都充分.

47. 解: B; 直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 直线过点 $(1, 2)$, 得到 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$, 又根据均值不等式

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}}, \text{ 从而 } ab \geq 8, \text{ 所以面积 } S = \frac{1}{2}ab \geq 4, \text{ 最小值为 } 4.$$

48. 解: C; 将这个三个村庄放在坐标系中, 分别坐标为 $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 3)$. 设中心内部有个点为 (x, y) , 故 $x^2 + y^2 + (x-4)^2 + y^2 + x^2 + (y-3)^2 = 3x^2 - 8x + 16 + 3y^2 - 6y + 9$ 的最小值在 $x = \frac{4}{3}$, $y = 1$ 的时候取到, 最小值为 $\frac{68}{3}$.

49. 解: C; $|xy| + 6 = 3|x| + 2|y| \Rightarrow (|x| - 2)(|y| - 3) = 0$

$\Rightarrow |x| = 2, |y| = 3$, 表示边长为 4 与 6 的矩形, 所以面积为 24.

50. 解: D; 圆心到直线的距离 $d = \frac{|2+6-3|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$, 从而得到弦长

$EF = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{9 - 5} = 4$ ，再求出原点到直线的距离，相当于三角形的高

$h = \frac{|-3|}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$ ，则 ΔEOF 的面积为 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 。

www.chenjian.cc

模块预测详解

第一部分 算术

1. 【解析】D; $b = \sqrt{5} - 2$, $\frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \sqrt{5} + 2$, $a - \frac{1}{b} = \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = -2$.
2. 【解析】E; 以 2 为底数, 故最大的 k 为 2^6 。
3. 【解析】E; 当 $x \geq -\frac{1}{2}$ 时, 代入式子可得 $x - (2x + 1) = 4 \Rightarrow x = -5$ (舍); 当 $x \leq -\frac{1}{2}$ 时, $x + 2x + 1 = 4 \Rightarrow x = 1$ (舍)。
4. 【解析】B; $|n-1| + |n-2| + \dots + |n-100|$ 最小值实在中位数时取到, 即 $n = 50$ 时取到。
 $|n-1| + |n-2| + \dots + |n-100| = 49 + 48 + \dots + 3 + 2 + 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 = 2500$
5. 【解析】E; 因为 $\begin{cases} x + y = 4t \\ y + z = 2t \\ z + x = 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2.5t \\ y = 1.5t \\ z = 0.5t \end{cases}$, 代入 $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) = 4 : 10 : 9$
6. 【解析】B; 原来俱乐部有 120 个人, 而且老年、中年和青年的比例已知, 那么就可以求出具体的比值为 27: 60: 33, 根据题意都加上 2 就得到最终的答案为 29: 62: 35。
7. 【解析】D; 甲跟乙之比即为 3:2=9:6, 而丙和乙之比是 2:3=4:6, 那么甲和丙之比是 9:4。
8. 【解析】E; 这个题目采用特值的方法, 当 $x=3$ 时, 左边=5, 右边=5, 成立; 那么排除选项 A、C、D。当 $x=8$ 时, 左边等于 5, 右边=5; 排除 B, 选项为 E。
9. 【解析】C; 该题应该采用加项的方法, 将原式变形得到下面的式子
 $a = 8.8 + 0.2 + 8.98 + 0.02 + 8.998 + 0.002 + 8.9998 + 0.0002 + 8.99998 + 0.00002 - 0.2 - 0.02 - 0.002 - 0.0002 - 0.00002 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 - 0.22222 = 45 - 0.22222$
 那么得到答案为 44。
- 10 【解析】B 设产品的进价为 100, 那么一月份的时候按照 80% 出售就是 80 元, 盈利为 20% 则为 16 元, 那么一月份的进价为 64 元。二月份按照 75% 出售就为 75 元, 获利为 25% 即为 18.75 元, 所以即可求出答案
11. 【解析】A; 因为 $55 \equiv 1 \pmod{6}$, 所以 一定要你先拿 1 根, 然后必须你们每次拿的根数相加是 6。其实原理是: 因为对方拿的根数不定, 所以他可能拿 1-5 中的任意一个, 你先拿的话, 就拿 1 根, 因为 55 除以 6 余 1, 你就赢定了。因为 55 以后, 后面的总是你后拿。就

是说第 8 次后（按 54 算）还有 6 根。这时，他先拿，无论怎么拿，都可以到 6，所以最后一个就是他的了！

12. 【解析】A; 设从左边到右边的盒子内放有的乒乓球的个数为 a_k , $k=1,2,\dots, 577$

$$\text{则} \begin{cases} 6+a_2+a_3+a_4=32 \\ a_2+a_3+a_4+a_5=32 \end{cases} \text{推出 } a_5=6, \text{归纳的 } a_9=6, a_{13}=6, \dots, a_{(4k+1)}=6, \dots, a_{577}=6$$

13. 【解析】A;

直接把 1 看成一部分，把 $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$ 看成一个整体；后面的部分同样把 1 看成一个整体，

把 $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)$ 看成一个整体，那么乘进去以后则得到

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{5}。$$

14 【解析】C; 利用几何意义来做这个题目，假设 $a=10$ ，那么这 3 个数为 10，20，30，那么肯定是在 $x=20$ 的时候取得最小值。即最小值为 20，答案为 C。

15. 【解析】C; 若 x 有一个负根的话，那么带入一个特殊值， $x=-1$ 的话得到 $a=0$ 从而排除 B，D，E。 $x=-0.5$ 的时候， $a=1$ ，那么能够排除 A 选项。从而得到选项 C 为正确答案。

16. 【解析】D; 将上面的式子变形一下即可得到 $b(b+1)=9a+2$ ，而 a/b 已经是最简因式了，根据选项来验证是不是最简因式，只有 D 答案满足要求。

17. 【解析】A; 1,2 月份都没有变，那么产值为 2 万元，而预期的目标为 $12 \times (1+10\%) = 13.2$ 万元，去除 1,2 月的产值以后还剩下 11.2 万元。答案即为 $\frac{11.2-10}{10} \times 100\% = 12\%$ 。那么增长率为 12%。

18. 【解析】B; 方法一：直接验证答案，把选项带入即可得答案为 B

$$\text{方法二：令 } \frac{y}{x+y} = \frac{z+x-y}{y+z-x} = \frac{x+y+z}{2x+y+2z} = k, \text{ 列三元一次方程组得到答案为 B}$$

19. 【解析】A; 由条件 1 可知 $m=n(n+1)$ ，相邻两个数相乘必然存在 2 的倍数，那么 m 必然为偶数；由条件 2 可知从 90 个数中一共有 45 个奇数，则加起来的和也是奇数。那么 90 个数中给一个奇数加正号，一个奇数加负号，那么加起来的数还是奇数。则条件 2 不成立。

20. 【解析】C; 一看此题必然为非 C 即 E 题目，下面看一看都满足 1、2 两个条件的情况下式子的左边必然是大于 0 的，而等式的右边必然是小于 0 的。所以上述不等式成立，答案为

C。

21. 【解析】B;根据下图条件 1 所示, 直接带入等式, 左边= $a-b-c-(a+b)-(b-c)-(a-c)=-a-3b+c$, 显然不等于右边。根据条件 2 带入等式, 左边= $-a-b+c-(-b-c)-(c-b)-(c-a)=a+b-c$, 左边=右边, 得到答案为 B。

22. 【解析】E;一看题目的条件即可判断题目为非 C 即 E 题。假设去年职工为 100 人, 由条件 1 可得: 去年比前年减少了 20%, 那么前年的时候为 125; 由条件 2 可知: 今年比去年增加了 50%, 那么今年的人数为 150; 显然今年没有比去年增加 30%。

23. 【解析】A;(1) $m=p/q$, $m^2=(p^2/q^2)$ 是整数, 令 $m^2=k$ (k 为整数), 即 $(p^2)/(q^2)=k$, $p=q\sqrt{k}$ 。
 p, q 为有理数, 故 \sqrt{k} 为有理数; 当且仅当整数 k 是完全平方数时 \sqrt{k} 为有理数, 并且是整数。故 $p=q\sqrt{k}$ 为整数。故条件 (1) 充分。

(2) 令 $(2m+4)/3=k$, k 为整数, 推出 $m=3k/2-2$, 当 k 为奇数时 m 不是整数, 故条件 (2) 不充分。A

24. 【解析】D;由题目可知, 6 的因数只有两种: 要么是 2, 3。或者是 1, 6。由条件一可知: 数字为 23, 而由条件 2 可知: 当 $m=1$ 时, 数字为 16, 而 $2*3=1*6=6$, 所以答案选 D

25. 【解析】1. 反例: $ab=12$ $12:21 \neq 2:3$

2. ab 是 9 的倍数, $a+b=18$ 或 $a+b=9$

如 $a+b=18$, 此数为 99, $a=9, b=9$, 很容易证明。

第二部分 代数

1. 【解析】利用公式多少个连续的数相乘, 便能被 $N!$ 的数字整除, 所以选择 D

2. 【解析】方法一: 代入法 A 答案 $2^{2+3} + 9^{0.5} = 32 + 3 = 35$, $4+1=5$ A 选项正确

B CD 也不正确 选 A

方法二: 化简上式得 $\begin{cases} 8 \cdot 2^x + 9 \cdot 9^y = 35 \\ 2^x + 3 \cdot 9^y = 5 \end{cases}$ 解得 $2^x = 4$ $X=2$ $Y=0.5$

3. 【解析】 $y = 1 - \frac{1}{z}, x = \frac{1}{1-z}, xy = -\frac{1}{z}, \frac{xy+1}{y} = 1$

4. 【解析】 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \dots (2^{2n}+1) = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \dots (2^{2n}+1) =$

$2^{4n} - 1$ 。选 C

5. 【解析】因为多项式有一次因式 $x+1$, $x-3/2$, $f(-1)=0$, $f(3/2)=0$ 。带入得 $\begin{cases} -1+p-q+6=0 \\ \frac{27}{8}+\frac{9}{4}p+\frac{3}{2}q+6=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} -1+p-q+6=0 \\ \frac{27}{8}+\frac{9}{4}p+\frac{3}{2}q+6=0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{3}{2}p-\frac{3}{2}q+\frac{15}{2}=0 \\ \frac{27}{8}+\frac{9}{4}p+\frac{3}{2}q+6=0 \end{cases} = \frac{15}{4}p + \frac{27+48+60}{8} = 0$$

解得 $p=-\frac{9}{2}$, $q=\frac{1}{2}$, $p/q=-9$ 选 C

6. 【解析】

$$(a_0 + a_1) + (a_0 + a_2) + \dots + (a_0 + a_{2009}) = 2008a_0 + a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2009}$$

已知 $(1-2x)^{2009} = a_0 + a_1x + \dots + a_{2009}x^{2009}$, 当 $x=1$ 时, $a_0 + a_1 + \dots + a_{2009} = -1$,
当 $x=0$ 时, $a_0 = 1$, 所以原式 $= 2008 - 1 = 2007$

7. 【解析】3 小时 $= 9 \times 20$ 分钟, 所以 $2^9 = 512$ 个。

8. 【解析】设上个月共出勤 x 天, 则由题意知: $2x = 16 + 9 + 15$, 所以 $x = 20$ 。

9. 【解析】A $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ac) \leq 18$ 。

10 【解析】要求根为有理根, 即 $b^2 - 4ac = m^2 - 4(m-2)$ 为完全平方的形式。当 $m=2$ 是为完全平方的形式, 所以选 E。

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 21 \\ a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 67 \end{cases} \Rightarrow a_1 + a_n = 22$$

11. 【解析】 $\Rightarrow S_n = 286 = 13(a_1 + a_n)$
 $\Rightarrow n = 26$

12. 【解析】 $x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$

将 $x = -\sqrt{3}$ 带入原式得: $-3\sqrt{3} + 3a + \sqrt{3}a + b = 0$, 因为 ab 是有理数,

13. 【解析】所以 $a = 3$, $b = -9$, 带入原式得: $x^3 + 3x^2 - 3x - 9 = 0$,
 $\Rightarrow (x^2 - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow$ 有理根 $x = -3$

14 【解析】E

1) $x^2 - 3x + 2 \leq 3 - t^2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 - 3 - t^2 \leq 0$ 恒成立, 则

$$\begin{cases} f(0) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$$

$$2) \frac{1}{8}(2t - x^2) \leq x^2 - 3x + 2$$

$\Rightarrow t \leq 0$

15. 【解析】设 $\sqrt{x^2+1}=t$, 则原式 $f(t)=2(t^2-1)-at+3>0$, $t\geq 1$, 所以

$$\begin{cases} f(1)>0, \\ -\frac{a}{4}<1 \end{cases} \Rightarrow a<3$$

16. 【解析】(1) 条件方程 $x^2-mx+n=0$ 一根小于 1, 一根大于 1 表示当 $x=1$ 的时候方程 $x^2-mx+n<0$, 即 $1-m+n<0$ 与题意相符合 故成立

(2) 方程 $nx^2-mx+1=0$ 一根小于 1, 一根大于 1; 当 $n>0$ 的时候将 $x=1$ 代入方程 nx^2-mx+1 即 $n-m+1<0$; 当 $n<0$ 的时候将 $x=1$ 代入方程 nx^2-mx+1 即 $n-m+1>0$ 。由于 (2) 没有限定 n 的取值范围, 故不为 $n-m+1<0$ 的充分条件。

选 A

17. 【解析】(1) $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-2$ 或 $x_2=4$ 。若 $a>0$ 则当 $x=1$ 的时候取最小值, 根据一元二次函数对称性, $f(1-a)=f(1+a)$ 解得 $f(2)<f(-1)<f(5)$ 若 $a<0$ 则当 $x=1$ 的时候取最大值, 根据一元二次函数对称性, $f(1-a)=f(1+a)$ 解得 $f(2)>f(-1)>f(5)$ 故条件 (1) 不为充分条件;

(2) $ax^2+bx+c>0$ 的解为 $x<-2$ 或 $x>4$ 由此可知 $a>0$ 并且 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-2$ 或 $x_2=4$ 所以根据一元二次函数对称性, $f(1-a)=f(1+a)$ 解得 $f(2)<f(-1)<f(5)$

选 B

18. 【解析】(1) 关于 x 方程 $(k^2-1)x^2-6(3k-1)x+72=0$ 有两个不等的正整数根 (k

为正整数) $x_1+x_2=\frac{6(3k-1)}{k^2-1}$ 取正整数, $x_1*x_2=\frac{72}{k^2-1}$ 取正整数, 由 $x_1*x_2=\frac{72}{k^2-1}$ 可

以推得 k 的取值有 2,3,5 将其代入 $x_1+x_2=\frac{6(3k-1)}{k^2-1}$ 可得 k 的取值只有 2, 3 同时

考虑 x 方程 $(k^2-1)x^2-6(3k-1)x+72=0$ 有两个不等的正整数根, 因此 $\Delta=(6(3k-1))^2-4\times 72(k^2-1)>0$ 可以求得 $k<3$, 从而 $k=2$, 条件充分;

条件 (2) 可以推出 $k=2$, 当 $k=2$ 的时候 $k^2+5k-14=0$ 成立, 故条件 (2) 充分, 选

D

19. 【解析】将 (1) (2) 条件分别代入计算:

$3x^2-x-12=0$ 解答出 x 不存在整数根, 所以不充分; $5x^2-7x-6=0$ 解答出

$$x = 2 \text{ 或 } x = -\frac{3}{5}, \text{ 选 B}$$

20. 【解析】E;

(1) $3^m(3^m - 10 \cdot 3^9) \leq 0$ 因为 $3^m > 0$ 故 $3^m - 10 \cdot 3^9 \leq 0$ 求得 $m \leq \log_3 10 + 9 < 12$ 整数 m 可以取值包括 11, 10, 9, 8, 7, 6 等等 因此条件 (1) 不为 $m = -2$ 或 $m = 2$ 的充分条件

$$(2) 4 \times 32^{m+1} + 3^m < 1 \Leftrightarrow 2^{5m+7} + 3^m < 1, \text{ 因为 } 2^{5m+7} \text{ 和 } 3^m \text{ 均大于 } 0,$$

故 2^{5m+7} 和 3^m 的最大值只能取 1, 因此 $2^{5m+7} < 1 \Leftrightarrow 5m+7 < 0, \quad 3^m < 1 \Leftrightarrow m < 0$ 因此 $m < -\frac{7}{5}$ 所以不是 $m = -2$ 或 $m = 2$ 的充分条件

21. 【解析】E; (1) $x^2 = 5x + 1, x^3 = x(5x + 1) = 5x^2 + x = 5(5x + 1) + x = 26x + 5$, 带入可得 -5 , 同理可证 (2) 不正确!

22. 【解析】(1) $x^2 + y^2 = 10, x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 + y^4 - x^2y^2)$

(2) $x = -1, y = 2\sqrt{2}$, 带入可不成立。

23. 【解析】E; (1) 若 $0 > a > b$ 则不成立! (2) 若 $a < b < 0$ 则不成立!

24. 【解析】C; (1) (2) 联合起来可推出结论!

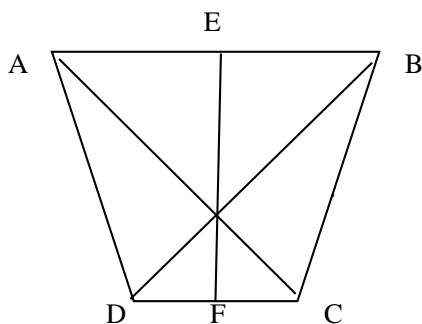
25. 【解析】D;

$$\text{条件 (1): } \lg a_1 + \lg a_2 + \cdots + \lg a_{20} = \lg a_1 a_2 \cdots a_{20} = 30 \Rightarrow a_1 a_2 \cdots a_{20} = 10^{30}$$

$$= (a_9 a_{12})^{10} = (10^3)^{10}, \text{ 充分. 条件 (2): } (a_7 a_{14})^{10} = (\pm 10^3)^{10} = 10^{30}, \text{ 充分.}$$

第三部分 几何

1. 【解析】如图, AC 交 BD 于 G, 过 G 作 $EF \perp AB$, 交 AB 于 E, 交 CD 于 F, 根据题意, 得 $\triangle ABG$ 为等腰直角三角形, 因此, $EG = \frac{1}{2} AB$, 同理 $GF = \frac{1}{2} CD$, 则 $EF = \frac{1}{2} (AB + CD) = m$, 选 C



2. 【解析】方法一: 根据题意, $(x-1)^2 + y^2 = 1$, 圆心 $P(1,0)$, 作图易得 $P(1,0)$ 关于 $x+y=0$ 的

对称点 P' 的坐标为 $(0, -1)$, 从而圆 C 的方程为 $x^2 + (y+1)^2 = 1$, 选 C

方法二: 由于 $x+y=0$, 得: $y = -x, x = -y$, 分别代入圆的方程即得结果。(此方法适合于直线方程为 $x \pm y = m$)

3. 【解析】方法一: 由 $AC < 0, BC < 0$, 得: $AB > 0$ 根据题意, $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$, 因此, $-\frac{A}{B} < 0, -\frac{C}{B} > 0$, 所以直线 $Ax + By + C = 0$ 一定不通过第三象限, 选 C

方法二: (特值法) 取 $A=1, C=-1, B=1$ 即得.

4. 【解析】长方体的对角线长为 $\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$, 则球的半径 $R = \frac{1}{2}\sqrt{14}$, 从而

$$S_{\text{球}} = 4\pi R^2 = 14\pi, \text{ 选 D}$$

5. 【解析】设球的半径为 R , 当球恰好内切于圆柱时, $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3, V_{\text{圆柱}} = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$,

$$\text{从而 } \frac{V_{\text{圆柱}} - V_{\text{球}}}{V_{\text{球}}} = \frac{1}{2}, \text{ 选 C}$$

6. 【解析】设球的半径为 R , 则圆柱体的高 $h = \sqrt{R^2 - (\frac{1}{2}R)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$, 从而

$$V_{\text{半球}} : V_{\text{圆柱}} = \frac{2}{3}\pi R^3 : [\pi(\frac{1}{2}R)^2 \frac{\sqrt{3}}{2}R] = 16 : 3\sqrt{3}, \text{ 选 E}$$

7. 【解析】设直角三角形三边分别为 a, b, c (c 为斜边), 则内切圆半径 $r = \frac{1}{2}(a+b-c)$ (可

作为公式), 根据题意, 易得 $b = \sqrt{3}a, c = 2a$, 因此, $r = \frac{\sqrt{3}-1}{2}a$, 选 E

8. 【解析】 A 关于 l 的对称点 A' 为 $(7, 2)$, 则 $A'B = A'C + CB = AC + CB = \sqrt{65}$, 选 B

9. 【解析】当 $a+b+c \neq 0$ 时, 根据等比性质, $k = \frac{2(a+b+c)}{a+b+c} = 2$, 当 $a+b+c = 0$ 时,

$$a+b = -c, \text{ 则 } k = \frac{a+b}{c} = \frac{-c}{c} = -1, \text{ 由 } \sqrt{m-2} + n^2 + 9 = 6n, \text{ 得 } \sqrt{m-2} + (n-3)^2 = 0,$$

则 $m = 2, n = 3$, 所以 $y = kx + (m+n)$ 一定经过第一、二象限, 选 B

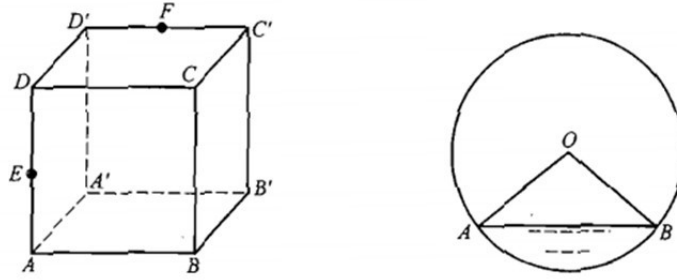
10. 【解析】由于点 $A(1,1)$ 关于 y 轴的对称点为 $A'(-1,1)$, 圆 C 的圆心 $C(5,7)$, 因此, 最短距

$$\text{离为 } A'C - r = 6\sqrt{2} - 2, \text{ 选 C}$$

11. 【解析】如图, 将四边形 $A'ADD'$ 和四边形 $DD'C'C$ 展开到同一个平面上, 则最短距离为

$$EF = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}, \text{ 选 C}$$

12. 【解析】如图，设桶高为 h ，水桶直立时水高为 l ，根据题意，劣弧 AB 所对的圆心角为 90° ，因此 $S_{\text{阴}} = \frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2$ ， $V_{\text{水}} = \pi r^2 \cdot l = S_{\text{阴}} \cdot h = (\frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{1}{2}r^2)h$ ，则 $\frac{l}{h} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$ ，选 B



13. 【解析】设体积均为 1，正方体的边长、等边圆柱的底面圆的半径、球的半径分别为 a 、 r 、 R ，则 $a^3 = 1, \pi r^2 \cdot 2r = 1, \frac{4}{3}\pi R^3 = 1$ 从而

$$S_1 = 6a^2 = 6, S_2 = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\sqrt{\frac{\pi}{4}},$$

$$S_3 = 4\pi R^2 = 6\sqrt{\frac{\pi}{6}}, \text{ 因此, } S_3 < S_2 < S_1, \text{ 选 E}$$

14. 【解析】将两圆方程相减，即得 $x - 2y + 4 = 0$ ，选 D

15. 【解析】根据题意， $(a+2)(a-1) + (1-a)(2a+3) = 0$ ，可得 $a = \pm 1$ ，选 C

16. 【解析】根据题意， $S_{\triangle ADC} : S_{\triangle ABC} = CD : AB = 1 : 2$ ，设 $CD = 2a, AB = 4a$ ，则 $EF = 3a$ ，因此，

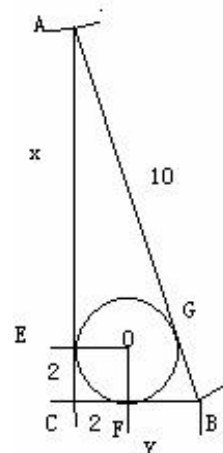
$$S_{\text{四边形}CDEF} : S_{\text{四边形}BAEF} = \frac{1}{2}(2a+3a) : \frac{1}{2}(3a+4a) = 5 : 7, \text{ 选 B}$$

17. 【解析】设容器深度为 h 厘米，根据题意， $\pi 6^2 \cdot h = \pi 8^2 \cdot (\frac{2}{3}h - 1)$ ，则 $h = 9.6$ ，选 B

18. 【解析】B；取值范围 $(\frac{5-3}{2}, \frac{5+3}{2}) = (1, 4)$

19. 【解析】C；解：如图， $AE = x, BF = y$ ，则 $\begin{cases} x + y = 10 \\ (x+2)^2 + (y+2)^2 = 100 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$ ，

选 C。



20. 【解析】设定长方体的长、宽、高分别为 a, b, c ，则长方体的全面积为 $2(ab + bc + ac)$

而长方体的对角线长为 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ，所以可以根据公式：

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$ 求出 $a + b + c = 6$ ，那么所有的长方体棱长之和为 $4 \times 6 = 24$ ，选 B。

21. 【解析】条件 (1)，令 $x=1$ ，代入 $x - y + 1 = 0$ ，得 $y=2$ ；令 $y=0$ ，代入 $x - y + 1 = 0$ ，得 $x=-1$

因此，可得 $(1, 0)$ 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 的对称点为 $(-1, 2)$ （此方法对于求点 (x_0, y_0) 关

于 $x \pm y = m$ 的对称点通用），因此， $\frac{1}{4}a = -1$ ，得 $a = -4$ ，充分；

条件 (2)， $(3+a)a + 5(3+a) = 0$ ，得 $a = -3$ 或 -5 ，不充分，选 A

22. 【解析】条件 (1)， $3m+n=0$ ，无法同时确定 m, n 的值，不充分；

条件 (2)， $(x+y-2)a - x + 2y + 5 = 0$ ，令 $x+y-2=0$ ， $-x+2y+5=0$ 可得： $x=3, y=-1$

依题意， $m=3, n=-1$ ，则 $mn^4 = 3$ ，充分，选 B

23. 【解析】条件 (1)，设内切圆圆心为 P，根据题意， $\triangle ABP \cong \triangle ACP \cong \triangle BPC$ ，因此 $AB=AC=BC$ ，充分；同理，条件 (2) 充分，选 D

24. 【解析】设圆心为 $P(-1, 4)$ ，易验证点 $(1, 1), (-3, 1)$ 均在圆上

条件 (1)， $k_{PA} = -\frac{3}{2}$ ，则过点 A 的切线斜率为 $-\frac{1}{k} = \frac{2}{3}$ ，充分；

条件 (2)， $k_{PA} = \frac{3}{2}$ ，则过点 A 的切线斜率为 $-\frac{1}{k} = -\frac{2}{3}$ ，不充分，选 A

25. 【解析】条件 (1)，设两圆柱体的高分别为 h_1, h_2 ，根据题意， $2\pi \cdot 6 \cdot h_1 = 2\pi \cdot 4 \cdot h_2$ ，可

得： $h_1 : h_2 = 2 : 3$ ，因此， $V_1 : V_2 = (\pi 6^2 h_1) : (\pi 4^2 h_2) = 3 : 2$ ，充分；同理条件 (2) 充分，

选 D

第四部分 数据分析

1. 【解析】可以分为两类：万位为 2，4： $C_2^1 C_2^1 P_4^3 = 96$

万位为 3，5： $C_2^1 C_3^1 P_4^3 = 144$ ，因此，共有 240 个，选 B

2. 【解析】直接带入第 2 行的第 2 个数为 2，选 D

3. 【解析】可以分为以下三类：

(1) A、C、E 染同一种颜色，有 $C_4^1 C_3^1 C_3^1 C_3^1 = 108$ 种方法

(2) A、C、E 共染两种不同的颜色，有 $C_3^2 C_4^1 C_3^1 C_3^1 C_2^1 C_2^1 = 432$ 种方法

(3) A、C、E 共染三种不同的颜色，有 $P_4^3 C_2^1 C_2^1 C_2^1 = 192$ 种方法，

因此共有 $108+432+192=732$ 种方法，选 E

4. 【解析】 $P(\bar{A} + \bar{B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0.7 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.3$,

由于 $A \subset C, B \subset C$, 从而 $A \cap B \subset C$, 因此,

$$P(C - AB) = P(C) - P(AB) = 0.8 - 0.3 = 0.5, \text{ 选 E}$$

5. 【解析】 $10 \leq m < 16$ 的概率为 $0.28+0.38+0.16=0.82$; $m < 12$ 的概率为 $0.10+0.28=0.38$;

$14 \leq m$ 的概率为 $0.16+0.08=0.24$, 选 B

6. 【解析】 $a=1$ 时, $b=1,2,3,4$; $a=2$ 时, $b=1,2,3$

$$a=3 \text{ 时, } b=1,2; \quad a=4 \text{ 时, } b=1, \text{ 因此, } P = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}, \text{ 选 D}$$

7. 【解析】 英文字母可重复, 有 $(C_{26}^1)^2$ 种选法, 数字不可重复, 有 P_{10}^4 种选法, 选 A

8. 【解析】 $\bar{x} = \frac{1}{5}(90+90+93+93+94) = 92$

$$s^2 = \frac{1}{5}[(90-92)^2 + (90-92)^2 + (93-92)^2 + (93-92)^2 + (94-92)^2] = 2.8, \text{ 选 B}$$

选 B

9. 【解析】
$$\begin{cases} \frac{1}{5}(x+y+30) = 10 \\ \frac{1}{5}[(x-10)^2 + (y-10)^2 + 0+1+1] = 2 \end{cases} \quad \text{所以 } |x-y| = 4, \text{ 选 D}$$

10 【解析】 共分为两类:

奇 偶 奇 偶 奇 偶

$$P_3^3 P_3^3 = 36$$

偶 奇 偶 奇 偶 奇

$$C_2^1 P_2^2 P_3^3 = 24$$

因此, 共有 60 个数, 选 B

11. 【解析】 甲、乙捆绑, 丙、丁插空, 共有 $P_2^2 P_2^2 P_3^2 = 2 \times 2 \times 6 = 24$ 种排法, 选 C

12. 【解析】 将 A、B 插空, 且 A 不在左端, 共有 $P_3^3 C_3^1 C_3^1 = 54$ 种排法, 选 B

13. 【解析】某三个城市各一个项目： $C_4^3 P_3^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$.

某一城市有两个项目，另一城市一个项目： $C_3^2 P_4^2 = 36$ ，共有 60 种方案，选 D

14 【解析】共分为以下两类

(1) 2 男 1 女： $C_5^2 C_4^1 P_3^3 = 240$ (2) 1 男 2 女： $C_5^1 C_4^2 P_3^3 = 180$

因此，共有 $240+180=420$ 种方案，选 B

15. 【解析】 $P = \frac{C_6^2 C_4^2}{P_6^6} = \frac{1}{8}$ ，选 C

16. 【解析】 $P = \frac{C_{11}^1 C_4^1 + C_{11}^1 C_5^1 + C_5^1 C_4^1}{C_{20}^2} = \frac{119}{190}$ ，选 D

17. 【解析】总数 $N = \frac{C_9^3 C_6^3 C_3^3}{P_3^3}$ ，若 a 、 b 、 c 成等差数列，则 $a+c=2b$ 为偶数，取 $a=1$ ，则

$c=3, 5, 7$ 或 9 ，从而可以确定 b ，类似的可以分析余下的六个数，共有 5 种分组方法，

因此， $P = \frac{5}{N} = \frac{1}{56}$ ，选 A

18. 【解析】 $P = C_5^3 \cdot 0.8^3 \cdot 0.2^2 + C_5^4 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2 + C_5^5 \cdot 0.8^5 \approx 0.94$ ，选 D

19. 【解析】 $P = \frac{6C_4^3}{C_8^3} = \frac{3}{7}$ (注意：正方体中共有 6 个一般的长方形)，选 C

20. 【解析】条件 (1)、(2) 单独显然不充分，考虑条件 (1)、(2) 联合：

$P = C_4^2 0.2^2 0.8^2 + C_4^1 0.2 \cdot 0.8^3 + C_4^0 0.8^4 = 0.9728$ ，选 C

21. 【解析】条件 (1)， $P = 1 - 0.8^3 = 0.488$ ，不充分；

条件 (2) $P = 1 - 0.9^3 = 0.271$ ，充分，选 B

22. 【解析】类似于抓阄问题，每次抓到阄的概率均相同，此题中， $P_2 = P_3 = 0.95$ ，选 C

23. 【解析】条件 (1)， $m=1$ 时， $n=1, 2$ ； $m=2$ 时， $n=1, 2$ ，则 $P = \frac{4}{C_6^1 C_6^1} = \frac{1}{9}$ ，不充分

条件 (2)， $m=1$ 时， $n=1, 2, 3$ ； $m=2$ 时， $n=1, 2, 3$ ； $m=3$ 时， $n=1, 2$ ，则 $P = \frac{8}{C_6^1 C_6^1} = \frac{2}{9}$

充分，选 B

24. 【解析】条件 (1), 根据隔板法, 得: $n=C_{99}^3$, 充分;

条件(2), $(x_1+1)+(x_2+1)+(x_3+1)+(x_4+1)=104$, 其中, $x_1+1, x_2+1, x_3+1, x_4+1$ 为正整数, 因此, $n=C_{103}^3$, 不充分, 选 A

25. 【解析】由结论, $\bar{A}BC + A\bar{B}C = (\bar{A}B + A\bar{B})C$ 发生 $\Leftrightarrow \bar{A}B + A\bar{B}$ 、C同时发生

条件 (1) 和条件 (2) 显然需联合, 若 A、B 中恰有一个发生, 则 $\bar{A}B$ 发生或 $A\bar{B}$ 发生, 从而 $\bar{A}B + A\bar{B}$ 发生, 选 C.

《2014 数学高分指南》(基础+提高)全书讲解视频:

<http://www.chenjian.cc/post/211/>

《2014 数学历年真题名家详解》“神书”全书讲解视频:

<http://www.chenjian.cc/post/213/>

《2014 年数学考前冲刺》全书讲解视频:

<http://www.chenjian.cc/post/232/>

顿悟排列组合 80 题(附视频讲解):

<http://www.chenjian.cc/post/131/>